

ĐÁP ÁN & BIỂU ĐIỂM (Đề 2)

Bài 1:	3đ
Câu a: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^3 + 27}$	1đ
$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-3)}{(x+3)(x^2 - 3x + 9)}$	0.25x2
$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-3}{x^2 - 3x + 9} = \frac{-2}{9}.$	0.25x2
Câu b: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$	1đ
$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{9x^2 + x} + 3x}$	0.25
$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x \left(\sqrt{9 + \frac{1}{x}} + 3 \right)}$	0.25
$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{9 + \frac{1}{x}} + 3} = \frac{1}{6}.$	0.25x2
Câu c: $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{3 - x}$	1đ
$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{-\sqrt{(x-3)^2}}$	0.25
$= -\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{\frac{(x-1)(x-3)}{(x-3)^2}}$	0.25
$= -\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} = -\infty.$	0.25x2
Bài 2: $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & (x > 2) \\ 8x-12 & (x \leq 2) \end{cases}$ tại $x = 2$.	1đ
$f(2) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (8x-12) = 4$	0.25
$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2}$	0.25
$= \lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+2}+2) = 4$	0.25
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$ nên hàm số liên tục tại $x = 2$.	0.25

Bài 3: $y = \sin\left(3\sqrt{x} - x^5 + \frac{1}{x}\right)$	1đ
$y' = \left(\frac{3}{2\sqrt{x}} - 5x^4 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \cos\left(3\sqrt{x} - x^5 + \frac{1}{x}\right).$	0.25x4
Bài 4: $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến (d) với (C) biết (d) vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = 5x + 2$.	1đ
Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm, $y' = \frac{-5}{(x-2)^2}$ ($x \neq 2$).	0.25
TT $\perp (\Delta)$ nên $y'_{(x_0)} = \frac{-1}{5}$.	0.25
$x_0 = 7, y_0 = 3 \Rightarrow (d): y = \frac{-1}{5}(x-7) + 3 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{22}{5}.$	0.25
$x_0 = -3, y_0 = 1 \Rightarrow (d): y = \frac{-1}{5}(x+3) + 1 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{2}{5}.$	0.25
Bài 5: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ $SA = a\sqrt{3}$.	4đ
Câu a: $BC \perp (SAB).$	1đ
$BC \perp SA$ do $SA \perp (ABCD).$ (1)	0.25x2
$BC \perp AB.$ (2)	0.25
Từ (1), (2) suy ra $BC \perp (SAB).$	0.25
Câu b: $(SAC) \perp (SBD).$	1đ
$BD \perp AC.$ $BD \perp SA.$	0.25x2
$BD \perp (SAC).$	0.25
$(SAC) \perp (SBD).$	0.25
Câu c: H là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính khoảng cách từ H đến mặt phẳng $(SAB).$	1đ
Từ H kẻ $HK // BC.$ $BC \perp (SAB) \Rightarrow HK \perp (SAB).$	0.25
$HK = d_{(K; (SAB))}.$	0.25
$\frac{HK}{BC} = \frac{SH}{SC} = \frac{SH \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{3a^2}{11a^2} = \frac{3}{11}.$	0.25
$HK = \frac{6a}{11}.$	0.25

Câu d: Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CD và AD, M là điểm trên đoạn SJ sao cho $SM = 7MJ$. Tính góc giữa đường thẳng MI với mặt phẳng (SBC).	1đ
Tìm được $L = MI \cap (SBC)$.	0.25
Trong (SAB), dựng $AT \perp SB$ và chứng minh được $AT \perp (SBC)$. $\frac{1}{AT^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AT = 2a\sqrt{\frac{3}{7}}.$	
Tính được $d_{(I;(SBC))} = \frac{1}{2}d_{(D;(SBC))} = \frac{1}{2}d_{(A;(SBC))} = \frac{1}{2}AT = a\sqrt{\frac{3}{7}}.$	0.25
Dựng $NP // ML$. $\frac{MI}{PN} = \frac{JM}{JP} = \frac{IJ}{JN} = \frac{1}{2}; \frac{PN}{ML} = \frac{SP}{SM} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{MI}{ML} = \frac{3}{7}.$ $\Rightarrow LI = \frac{4}{3}MI = \frac{4}{3}\sqrt{MQ^2 + QI^2} = \frac{4}{3}\sqrt{MQ^2 + QD^2 + DI^2}.$ $= \frac{4}{3}\sqrt{\left(\frac{1}{8}\sqrt{3}a\right)^2 + \left(\frac{9}{8}a\right)^2 + a^2} = \frac{\sqrt{37}}{3}a.$ Gọi $\varphi = \left(\widehat{MI; (SBC)}\right)$, $\sin \varphi = \frac{d_{(I;(SBC))}}{LI} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{259}}.$	0.5 
	